

Pour démontrer que 3 points sont alignés

Pour démontrer que 2 droites sont parallèles

Pour démontrer que 2 droites ne sont pas parallèles

Pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires

Pour démontrer qu'une droite est la médiatrice d'un segment

Pour démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

Pour démontrer que deux segments ont la même longueur

Pour calculer une distance, une longueur

Pour démontrer qu'un triangle est rectangle

Pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Pour démontrer qu'un triangle est isocèle ou équilatéral

Droites remarquables d'un triangle

Pour calculer un angle ou démontrer que des angles sont égaux

Pour démontrer qu'un quadrilatère est particulier

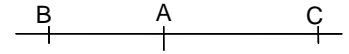
index

## Pour démontrer que 3 points sont alignés

[retour](#)

Utiliser un *angle plat* :

Si  $\widehat{ABC} = 180^\circ$  alors les points A,B et C sont alignés.

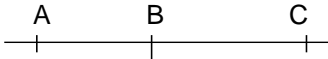


Utiliser des *longueurs* :

Si  $AB + BC = AC$  alors les points A,B et C sont alignés.

3) Utiliser le *parallélisme* :

Si on peut démontrer que les droites (AB) et (AC) sont parallèles , comme (AB) et (AC) ont un point commun ,alors elles sont confondues et donc A,B et C sont alignés.

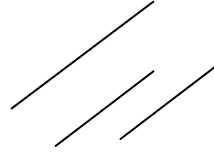


[retour](#)

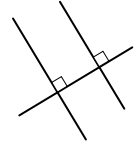
## Pour démontrer que 2 droites sont parallèles

[retour](#)

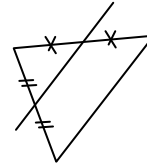
Si deux droites sont **parallèles** à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles



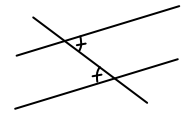
Si deux droites sont **perpendiculaires** à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles



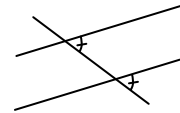
Dans un **triangle**, si une droite passe par les **milieux** de **deux** côtés alors elle est parallèle au troisième côté



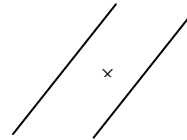
Si deux droites forment avec une sécante des **angles alternes-internes égaux** alors elles sont parallèles



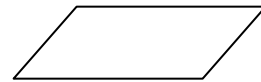
Si deux droites forment avec une sécante des **angles correspondants égaux** alors elles sont parallèles



Le **symétrique d'une droite** par rapport à un point est une droite parallèle



Si un quadrilatère est un **parallélogramme**, alors ses côtés opposés sont parallèles.



[retour](#)

**réciroque de Thalès :**

exemple : les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

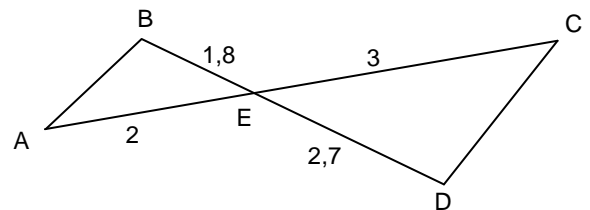
**Résolution :**

Je calcule séparément :  $\frac{EB}{ED} = \frac{1,8}{2,7} = \frac{2}{3}$  et  $\frac{EA}{EC} = \frac{2}{3}$

D'après mes calculs,  $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC}$ .

De plus, les points A,E,C sont alignés dans le même ordre que les points B,E,D

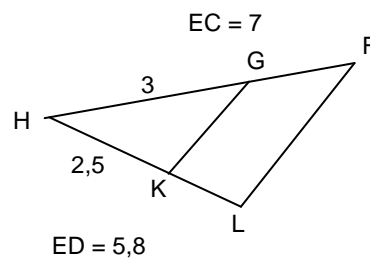
Donc, d'après la **réciroque** du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles .



## Pour démontrer que 2 droites ne sont pas parallèles

### Thalès

exemple : les droites (GK) et (LF) sont elles parallèles ?



### Résolution :

Je calcule séparément :  $\frac{HK}{HL} = \frac{2,5}{5,8} = \frac{25}{58}$  et  $\frac{HG}{HF} = \frac{3}{7}$

D'après mes calculs,  $\frac{HK}{HL} \neq \frac{HG}{HF}$  or si les droites (GK) et (LF) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès

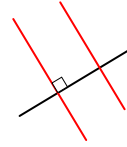
on aurait  $\frac{HK}{HL} = \frac{HG}{HF}$ , ce n'est pas le cas donc les droites (GK) et (LF) ne sont pas parallèles.

[retour](#)

## Pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires

[retour](#)

Si deux droites sont **parallèles**,  
toute **perpendiculaire** à l'une est perpendiculaire à l'autre



La **médiatrice** d'un segment est perpendiculaire à ce segment.

Les **diagonales** d'un **losange** sont perpendiculaires

Les **côtés consécutifs** d'un **rectangle** sont perpendiculaires

utiliser une **hauteur d'un triangle**

utiliser une **tangente à un cercle**

voir aussi **[pour démontrer qu'un triangle est rectangle](#)**

[retour](#)

## Pour démontrer qu'une droite est la médiatrice d'un segment

[retour](#)

### 1) Utiliser la définition :

La médiatrice du segment  $[AB]$  est la droite **perpendiculaire** à la droite  $(AB)$  et qui passe par le **milieu** de  $[AB]$ .

### 2) Utiliser la symétrie axiale :

Si deux points sont **symétriques par rapport à une droite**, alors cette droite est la médiatrice du segment d'extrémités ces deux points.

**L'axe de symétrie** d'un segment est sa médiatrice

### 3) Utiliser deux points équidistants des extrémités :

Si une droite passe par **deux points équidistants des extrémités d'un segment** alors cette droite est la médiatrice du segment .

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est situé sur la médiatrice du segment .

### 4) Utiliser les autres médiatrices d'un triangle :

[retour](#)

La définition : Si A,M,B sont alignés et si  $AM = MB$  alors M est le milieu de [AB].

Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.

Définition de la [symétrie](#) centrale

Si B est le [symétrique](#) de A par rapport à O  
alors O est le milieu de [AB]

Définition d'une médiane

Dans un triangle, si une droite est une [médiane](#),  
alors elle coupe le côté correspondant en son milieu

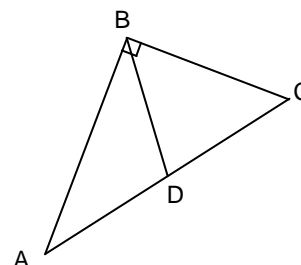
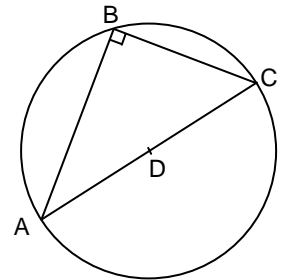
utiliser la "droite des milieux"

Dans un [triangle](#), si une droite passe par le [milieu d'un côté](#) et est [parallèle à un autre côté](#)  
alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Si un [triangle est rectangle](#),

alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse

exemple de rédaction : On sait que le triangle ABC est rectangle en B  
et que D est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC  
alors D est le milieu de [AC]



## Pour démontrer que deux segments ont la même longueur

[retour](#)

- 1) Utiliser un [triangle isocèle](#) (ou équilatéral) :

Dans un triangle isocèle, deux côtés ont la même longueur

- 2) Utiliser un [parallélogramme](#) :

Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.

- 3) Utiliser un [losange](#) :

Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur.

- 4) Utiliser un [rectangle](#) :

Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.

- 5) Utiliser un [cercle](#)

Si A et B sont des points d'un cercle de centre O, alors  $AO = BO$ .

- 6) Utiliser une [médiatrice](#) :

Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment.

- 7) Utiliser une [bissectrice](#) :

Tout point de la bissectrice d'un angle est équidistant des côtés de cet angle.

- 8) Utiliser une [symétrie](#) (axiale ou centrale):

Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

ou La symétrie centrale conserve les longueurs

et La symétrie axiale conserve les longueurs

[retour](#)



1) Utiliser la **médiane d'un triangle rectangle**.

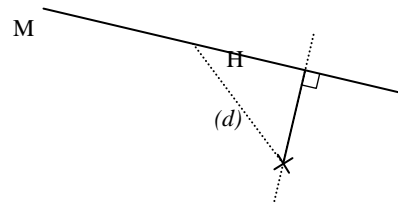
Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la **médiane relative à l'hypoténuse** est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

2) Utiliser un **segment** : Si  $M \in [AB]$  alors  $AM + MB = AB$

3) Distance d'un point à une droite

**définition** : La distance d'un point  $A$  à une droite  $(d)$  est  $AH$ ,  
 $H$  étant le pied de la perpendiculaire à  $(d)$  passant par  $A$ .

**propriété** : Si  $M$  est un point de  $(d)$  autre que  $H$ , alors  $AH < AM$   
 (la distance d'un point à une droite est la plus courte).

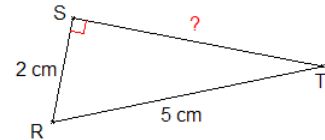


si on a un angle droit :

4) Utiliser le **l'égalité de Pythagore** :

**exemple**

$RST$  est un triangle rectangle en  $S$  tel que :  $RS = 2$  cm et  $RT = 5$  cm.  
 Calculer  $ST$  (donner la valeur exacte, puis la longueur arrondie au millimètre)



**Résolution :**

**Je sais que**  $RST$  est un triangle rectangle en  $S$ .

**Or** d'après l'égalité de Pythagore :

$$RT^2 = SR^2 + ST^2,$$

$$5^2 = 2^2 + ST^2.$$

$$ST^2 = 5^2 - 2^2$$

$$ST^2 = 25 - 4$$

$$ST^2 = 21$$

**Donc**  $ST = \sqrt{21}$  cm       $ST \approx 4,6$  cm (arrondi au mm).

5) Utiliser la trigonométrie

Le triangle ABC est rectangle en A donc  $\cos \hat{B} = \frac{BA}{BC}$  ;  $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$  et  $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

si on a des parallèles :

6) Utiliser la propriété de Thales :

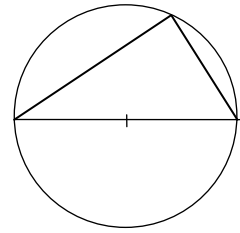
Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A

si  $(MN) \parallel BC$  alors, d'après le théorème de Thales on a  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

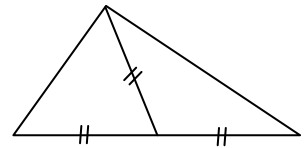
## Pour démontrer qu'un triangle est rectangle

[retour](#)

1) Je sais que  $M \in C$  et  $[AB]$  diamètre de  $C$   
or "Si un côté d'un triangle est le diamètre de son cercle circonscrit,  
alors ce triangle est rectangle."  
donc  $ABM$  est rectangle en  $M$



2) "Dans un triangle, si une [médiane](#) mesure la moitié du côté correspondant,  
alors ce triangle est rectangle."



3) Calcul d'angle dans un triangle en utilisant :  
" La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$  "

4) Utiliser l'égalité de Pythagore :

### exemple

$ABC$  est un triangle tel que :

$AB = 3,65$  cm,  $AC = 3,64$  et  $BC = 0,27$  cm.

Ce triangle est-il rectangle ?

### Résolution :

Je calcule séparément :  $[AB]$  est le plus grand côté

$$AB^2 = 3,65^2 = 13,3225$$

$$\begin{aligned} AC^2 + BC^2 &= 3,64^2 + 0,27^2 = 13,2496 + 0,0729 \\ &= 13,3225 \end{aligned}$$

D'après mes calculs,  $AB^2 = AC^2 + BC^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée,

Donc, le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ .

[retour](#)

## Pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

[retour](#)

Utiliser le l'égalité de Pythagore:

### exemple

$EFG$  est un triangle tel que :  $EF = 1,5 \text{ cm}$ ,  $FG = 3$  et  $EG = 2,6 \text{ cm}$ .

Ce triangle est-il rectangle ?

### Résolution :

Je calcule séparément :  $[FG]$  est le plus grand côté

$$\begin{array}{lcl} FG^2 = 3^2 & \text{et} & EF^2 + EG^2 = 1,5^2 + 2,6^2 \\ = 9 & & = 9,01 \end{array}$$

D'après mes calculs,  $FG^2 \neq EF^2 + EG^2$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée,

donc, le triangle n'est pas rectangle

## **Pour démontrer qu'un triangle est isocèle**

[retour](#)

*Utiliser la définition :*

Un triangle isocèle est un triangle ayant deux côtés de même longueur .

*Utiliser les angles :*

Un triangle ayant deux angles de même mesure est isocèle

## **Pour démontrer qu'un triangle est équilatéral**

*Utiliser la définition :*

Un triangle équilatéral est un triangle ayant trois côtés de même longueur .

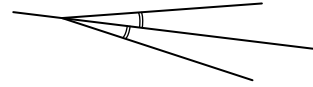
*Utiliser les angles :*

Un triangle ayant trois angles de même mesure est équilatéral .

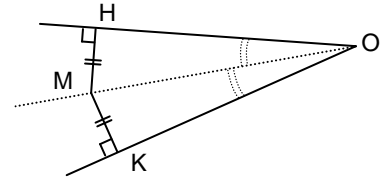
[retour](#)

Pour démontrer qu'une droite est une bissectrice d'un triangle

**définition :** La bissectrice d'un angle est la droite qui le partage en deux angles de même mesure.



**propriété 2 :** Si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.



exemple :

Si on sait que  $MH = MK$  alors on peut en déduire que  $(OM)$  est la bissectrice de  $\widehat{xOy}$

Utiliser un triangle isocèle :

Dans un triangle isocèle, la bissectrice, la médiatrice, la médiane et la hauteur relative à la base sont confondues.

Utiliser les autres bissectrices d'un triangle :

Pour démontrer qu'une droite est une médiane d'un triangle

Utiliser la définition :

Dans un triangle ABC, la médiane issue de A est la droite passant par A et par le milieu de [BC]

Utiliser le centre de gravité du triangle :

Pour démontrer qu'une droite est une hauteur d'un triangle

Utiliser la définition :

Dans un triangle ABC, la hauteur issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire à [BC]

Utiliser l'orthocentre :

## QUADRILATERES

[retour](#)

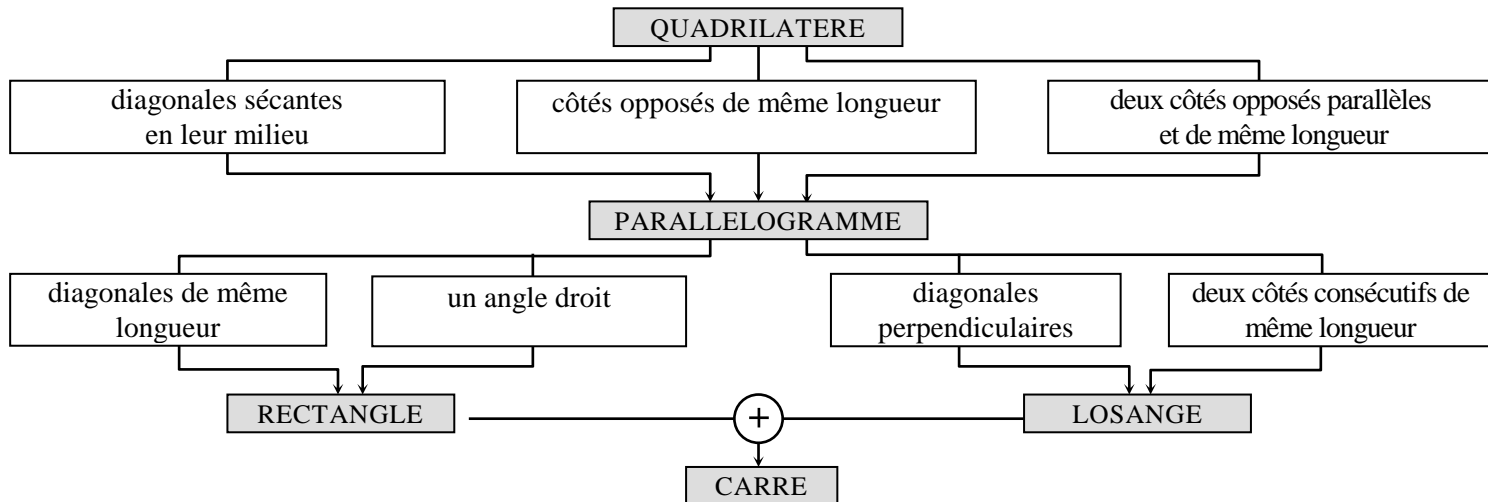
définitions : Un **parallélogramme** est un quadrilatère ayant les côtés opposés parallèles.

Un **rectangle** est un quadrilatère ayant quatre angles droits (trois suffisent).

Un **losange** est un quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur.

Un **carré** est un quadrilatère étant à la fois un rectangle et un losange.

### SCHÉMA DES PROPRIÉTÉS RÉCIPROQUES



### Exemples d'utilisation :

- Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme :
  - soit on utilise la définition (côtés opposés parallèles),
  - soit on utilise l'une des trois propriétés fléchées ci-dessus.
- Pour démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle :
  - soit on utilise la définition (quatre angles droits),
  - soit on commence par prouver que c'est un parallélogramme et ensuite on utilise l'une des deux propriétés fléchées ci-dessus.

[retour](#)

## Pour calculer un angle

[retour](#)

1) *Utiliser un triangle :*

"La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$  ."

"Si un triangle est rectangle, alors ses angles aigus sont complémentaires." (leur somme vaut  $90^\circ$ )

*Utiliser un [parallélogramme](#) :*

"Les angles opposés d'un parallélogramme sont égaux."

"Les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires." (leur somme vaut  $180^\circ$ )

*Utiliser une [symétrie](#) (axiale ou centrale)*

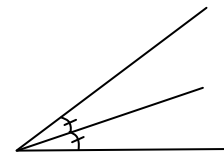
"Deux angles symétriques sont égaux."

*Utiliser la définition d'un [triangle isocèle](#) :*

Un triangle isocèle a deux angles égaux.

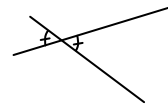
*Utiliser une [bissectrice](#) :*

La bissectrice d'un angle le partage en deux angles égaux



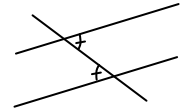
*Utiliser des [angles opposés par le sommet](#).*

Si 2 angles sont opposés par le sommet, alors ils sont égaux.



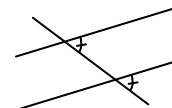
*Utiliser des [angles alternes-internes](#)*

Si deux droites coupées par une sécante sont parallèles, alors les angles alternes-internes sont égaux.



*Utiliser des [angles correspondants](#).*

Si deux droites coupées par une sécante sont parallèles, alors les angles correspondants sont égaux.



*Utiliser la trigonométrie*

Le triangle ABC est rectangle en A donc  $\cos \hat{B} = \frac{BA}{BC}$  ;  $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$  et  $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

[retour](#)

## Pour démontrer que des points sont sur un cercle

[retour](#)

Utiliser la *définition* :

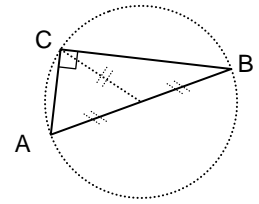
Si  $OA = OB$

alors A et B sont sur un même cercle de centre O et de rayon OA

Utiliser un *triangle rectangle* :

Si un triangle est rectangle,

alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse



*exemple de rédaction* : je sais que le triangle ABC est rectangle en C  
or « le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre son hypoténuse »  
donc le point C appartient au cercle de diamètre [AB]

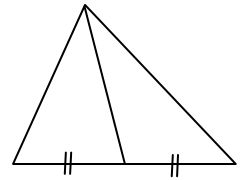
[retour](#)



## index

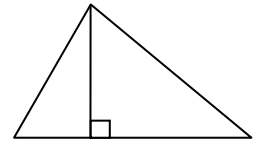
### médiane d'un triangle :

Droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet (la médiane désigne aussi le segment)



### hauteur d'un triangle :

Droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet (la "hauteur" désigne aussi le segment ou la longueur de ce segment)



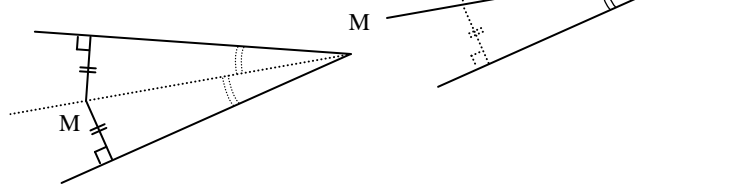
### Bissectrice d'un angle

définition : La bissectrice d'un angle est la droite qui le partage en deux angles de même mesure.



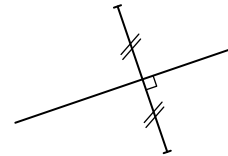
propriété 1 : Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.

propriété 2 : Si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

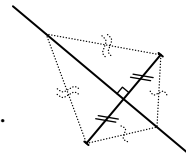


### médiatrice d'un segment :

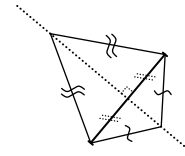
La médiatrice d'un segment est la droite **perpendiculaire** au segment qui passe par le **milieu** du segment.



propriété 1 : Si un point appartient à la **médiatrice** d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

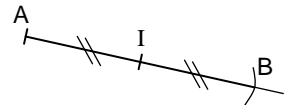


propriété 2 : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la **médiatrice** de ce segment.

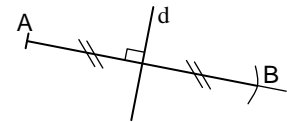


### Symétries

définition 1 : Deux points  $A$  et  $B$  sont **symétriques par rapport à un point  $I$**  lorsque  $I$  est le milieu du segment  $[AB]$ .



définition 2 : Deux points  $A$  et  $B$  sont **symétriques par rapport à une droite  $d$**  lorsque  $d$  est la médiatrice du segment  $[AB]$ .



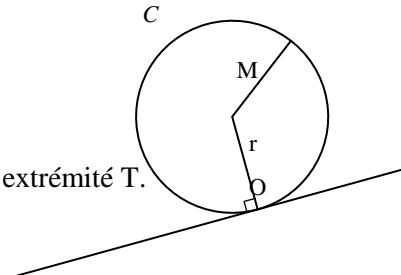
### Droite tangente à un cercle

définition 1 : Le cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$  est l'ensemble des points  $M$  tels que  $OM=r$ .

définition 2 : Soit  $C$  un cercle de centre  $O$  et  $T$  un point de ce cercle.

La **tangente** en  $T$  au cercle  $C$  est la droite perpendiculaire au rayon  $[OT]$  en son extrémité  $T$ .

propriété : La tangente à un cercle a un seul point commun avec le cercle.



[retour](#)